

Краткая теория погрешностей

I. Измерение физических величин.

измерения	
прямые – измерения, которые представляют собой сравнение значения физической величины с ее эталоном при помощи измерительного прибора.	косвенные – измерения, которые представляют собой вычисление значения физической величины по формуле, связывающей эту величину с другими, значения которых измерены.
Измерения могут быть однократными и многократными . Однократными косвенными измерениями называют такие, при которых все величины, входящие в расчётную формулу, измеряются по одному разу. Многократные косвенные измерения – это измерения, при которых хотя бы одна из величин, входящих в расчётную формулу, измеряется несколько раз.	

II. Погрешности измерений.

Приборы, которыми мы пользуемся при измерениях, несовершенны, также как и наши органы чувств. Это (вместе с другими причинами) приводит к тому, что результаты измерений дают не **истинное** значение физической величины, а **приближенное** ее значение. Поэтому существуют погрешности (ошибки) измерений.

III. Расчёт величины случайной погрешности при прямых измерениях.

1) При **однократных прямых измерениях** величину погрешности принимают равной цене деления прибора (или половине цены деления, если деления расположены не очень часто и можно определить, к какому из двух соседних делений значение измеряемой величины ближе). Предел допустимой погрешности цифрового измерительного прибора рассчитывают по паспортным данным, которые содержат формулу для расчета погрешности именно данного прибора

2) **Многократные прямые измерения** проводятся для уменьшения случайной погрешности.

Пусть есть несколько значений одной и той же физической величины x , измеренных при одних и тех же условиях: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_i, \dots, x_n$, где n – количество результатов измерений.

- За наиболее близкое к истинному значению величины x принимают *среднее арифметическое из n измерений*:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_i + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (1).$$

- Среднеквадратическое отклонение выборочной средней:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (2)$$

- Оценка среднеквадратического отклонения средней величины:

$$S_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}} \quad (3)$$

- Абсолютная случайная погрешность:

$$\Delta x = t_{n,\alpha} \cdot S_{\bar{x}}, \quad (4)$$

где $t_{n,\alpha}$ – коэффициент Стьюдента при доверительной вероятности α (см. таблицу 1) Его определяют по таблице 1: пересечение столбика с α (доверительная вероятность, %) и строки с n (количество результатов измерения).

Таблица коэффициентов Стьюдента

таблица 1

α n	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	95%	96%	99%	99,9 %
2	0,16	0,33	0,51	0,73	1,00	1,38	2,0	3,1	6,3	12,7	31,8	63,7	636,3
3	0,14	0,29	0,45	0,62	0,82	1,06	1,3	1,9	2,9	4,3	7,0	9,9	31,6
4	0,14	0,28	0,42	0,58	0,77	0,98	1,3	1,6	2,4	3,2	4,5	5,8	12,9
5	0,13	0,27	0,41	0,57	0,74	0,94	1,2	1,5	2,1	2,8	3,7	4,6	8,6
6	0,13	0,27	0,41	0,56	0,73	0,92	1,2	1,5	2,0	2,6	3,4	4,0	6,9
7	0,13	0,27	0,40	0,55	0,72	0,91	1,1	1,4	1,9	2,4	3,1	3,7	6,0
8	0,13	0,26	0,40	0,54	0,71	0,90	1,1	1,4	1,9	2,4	3,0	3,5	5,4
9	0,13	0,26	0,40	0,54	0,71	0,89	1,1	1,4	1,9	2,3	2,9	3,4	5,0
10	0,13	0,26	0,40	0,54	0,70	0,88	1,1	1,4	1,8	2,3	2,8	3,3	4,8
11	0,13	0,26	0,40	0,54	0,70	0,88	1,1	1,4	1,8	2,2	2,8	3,2	4,6
12	0,13	0,26	0,40	0,54	0,70	0,87	1,1	1,4	1,8	2,2	2,7	3,1	4,5
13	0,13	0,26	0,40	0,54	0,70	0,87	1,1	1,4	1,8	2,2	2,7	3,1	4,3
14	0,13	0,26	0,39	0,54	0,70	0,87	1,1	1,4	1,8	2,2	2,7	3,0	4,2
15	0,13	0,26	0,39	0,54	0,70	0,87	1,1	1,3	1,8	2,2	2,6	3,0	4,1
16	0,13	0,26	0,39	0,54	0,70	0,87	1,1	1,3	1,8	2,2	2,6	2,9	4,0

Кроме разброса в разных измерениях значений физической величины x каждое измерение выполняется с погрешностью прибора $\Delta x_{\text{ид}}$, равной цене (или половине цены) деления прибора.

Абсолютная погрешность, учитывающая оба этих фактора, определяется:

$$\Delta x = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta x_{\text{ид}})^2} \quad (5).$$

- Относительная погрешность*:

$$E = \frac{\Delta x}{x} \cdot 100\% \quad (6).$$

- Результат измерений записывается в виде:

$$x = (\bar{x} \pm \Delta x)_{\text{ед. изм.}} \quad (7).$$

Это запись означает, что **истинное значение физической величины x находится в указанном интервале с вероятностью α .**

IV. Теория нониуса.

При измерении длин используют штангенциркуль и микрометр, которые имеют нониусные шкалы. **Нониус** – дополнительная шкала к обычному масштабу,

которая позволяет производить измерения точнее, чем цена деления основного масштаба.

1. Правило измерения длины при помощи штангенциркуля: длина отрезка, измеряемого при помощи штангенциркуля, равна длине, которая измерена при помощи основной линейки l_1 плюс точность нониуса Δx , которая умножена на номер того деления нониуса, который совпадает с некоторым делением основного масштаба n , т.е. $l_2 = n \cdot \Delta x$. Таким образом,

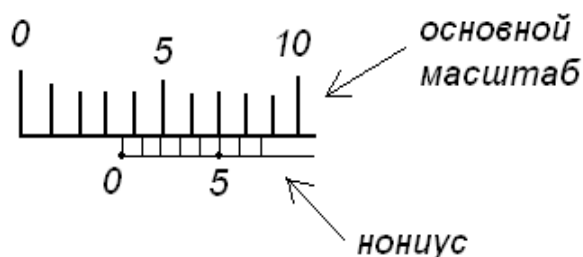
$$L = l_1 + n \cdot \Delta x. \quad (8)$$

Приборная погрешность нониуса равна половине его точности.

Пример 1: длина на рисунке 1

$$L = 3 + 5 \cdot 0,1 = 3,5(\text{мм})$$

Рисунок 1



2. Измерение длин с помощью микрометра.

Измеряемый объект зажимается с помощью винта. Процесс измерения.

- Предмет помещают между винтом и упором. Барабан вращают до тех пор, пока винт не соприкоснется с предметом. Окончательное нажатие винтом на предмет осуществляют рукояткой (головкой) винта, при этом момент нажатия фиксируется слабым треском (звук).
- Производят отсчёт по шкалам:
в мм – по линейной шкале;
доли мм – по круглому нониусу (барабану).

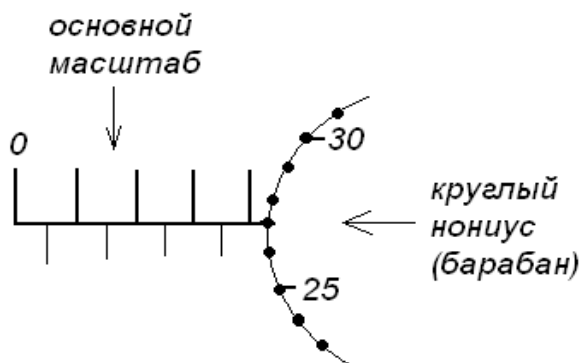
Замечание 1. Перед началом измерений необходимо убедиться, что нули нониуса и линейной шкалы совпадают.

Замечание 2. Если при измерении была открыта половина деления основного масштаба, то при записи показания микрометра необходимо её учесть (см. пример 3).

Пример 2: длина на рисунке 2

$$L = 4 + 27 \cdot 0,01 = 4,27(\text{мм})$$

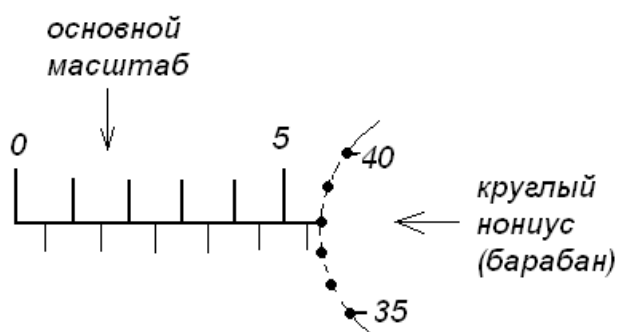
Рисунок 2



Пример 3: длина на рисунке 3

$$L = 5 + 0,5 + 38 \cdot 0,01 = 5,88(\text{мм})$$

Рисунок 3



Задача 1.

В результате измерений диаметра капилляра в стенке легочных альвеол были получены следующие данные: 2,83 мкм, 2,81 мкм, 2,85 мкм, 2,87 мкм, 2,86 мкм. Определить среднее значение, абсолютную и относительную погрешность при доверительной вероятности $\alpha = 95\%$

Задача 2.

Из порошка амидопирина на гидропрессе спрессовали таблетки. Взвесили пять таблеток. Результаты измерений: 0,388 г, 0,390 г, 0,387 г, 0,389 г, 0,388 г. Найти оценку истинной массы амидопирина, абсолютную и относительную погрешности при доверительной вероятности 0,95.